UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOE**)
Curso **2010-2011**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{4+e^{-(x+1)}} \qquad \text{y} \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{2}{4+e^{-(x+1)}}.$$

b) (1 punto) Calcular la integral $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2}\,dx$.

c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-9x+14}$. Hallar el conjunto de puntos en los que la función f tiene derivada.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x+3y+z-1=0\,, \qquad \pi_2 \equiv 2x+y-3z-1=0\,,$$

y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2}\,,$$

se pide:

a) (1 punto) El punto o puntos de r que equidistan de π_1 y π_2.
b) (1 punto) El volumen del tetraedro que π_1 forma con los planos coordenados XY, XZ e YZ.
c) (1 punto) La proyección ortogonal de r sobre el plano π_2.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & \cos x & 0 \\ \cos x & -\operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz M.
b) (1 punto) Hallar la matriz M^2.
c) (0,5 puntos) Hallar la matriz M^{25}.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el punto $P(0,1,1)$ y las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}\,, \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = 0\,, \\ y = 0\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1'5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de P respecto a r.
b) (1'5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto P, tiene dirección perpendicular a la recta r y corta a la recta s.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & 4y & & & = & 4k\,, \\ -k^3x & + & k^2y & + & kz & = & 0\,, \\ x & + & ky & & & = & k^2\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo en función del valor del parámetro k.
b) (0'5 puntos) Resolver el sistema para $k = 1$.
c) (0'5 puntos) Resolver el sistema para $k = 2$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} e^{1/x}, & \text{si } x < 0, \\ k, & \text{si } x = 0, \\ \dfrac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}, & \text{si } x > 0, \end{array} \right.$$

hallar el valor de k para que f sea continua en $x = 0$. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = -\operatorname{sen} x$ y el eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$.
b) (1 punto) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x) = -\operatorname{sen} x$ alrededor del eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$.