UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2011-2012**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & -1 & k \\ 2k & -2 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Hallar el rango de A en función de los valores de k.
b) (0,75 puntos) Para $k = 2$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = B$.
c) (0,75 puntos) Para $k = 1$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = C$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dados los puntos $P_1(1, 3, -1)$, $P_2(a, 2, 0)$, $P_3(1, 5, 4)$ y $P_4(2, 0, 2)$, se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor de a para que los cuatro puntos estén en el mismo plano.
b) (1 punto) Hallar los valores de a para que el tetraedro con vértices en P_1, P_2, P_3 ,P_4 tenga volumen igual a 7.
c) (1 punto) Hallar la ecuación del plano cuyos puntos equidistan de P_1 y de P_3.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Hallar a, b, c de modo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ alcance en $x = 1$ un máximo relativo de valor 2, y tenga en $x = 3$ un punto de inflexión.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Calcular razonadamente las siguientes integrales definidas:

$$\text{a) (1 punto)} \int_0^{\pi} e^{2x} \cos x \, dx, \qquad \text{b) (1 punto)} \int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos^2 2x} \, dx \,.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{3x + \ln(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}, \qquad g(x) = (\ln x)^x, \qquad h(x) = \operatorname{sen}(\pi - x),$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el dominio de $f(x)$ y el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) (1 punto) Calcular $g'(e)$.

c) (1 punto) Calcular, en el intervalo $(0, 2\pi)$, las coordenadas de los puntos de corte con el eje de abscisas y las coordenadas de los extremos relativos de $h(x)$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}, \qquad r_2 \equiv \begin{cases} x = -1 - \lambda, \\ y = 3 + \lambda, \\ z = 5, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar su posición relativa.

b) (2 puntos) Hallar la mínima distancia de r_1 a r_2.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & -3 & -7 & -8 \\ 3 & 2-a & 3+a & 3 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar el rango de la matriz B en función de a.

b) (1 punto) Para $a = 0$, calcular la matriz X que verifica $AX = B$.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Calcular el valor del determinante

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 & 1 \\ 1 & 1 & z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$